Estudando Topologia aplicada ao Cálculo Diferencia e Integral

Weslay Vieira de Araujo (bolsista do PIBIT/UFPI), Dr. Alexandro Marinho Oliveira (Orientador, Depto de Matemática - UFPI (Campus Ministro Reis Veloso)

Inicialmente debatemos toda a teoria que envolve a Análise Real, com o objetivo de nos familiarizar com seus conceitos e resultados. Após termos certa fundamentação de Análise Real, começamos a centralizar nossos estudos em Topologia Geral.

INTRODUÇÃO

Enfatizamos a Teoria de Espaços Métricos com as principais definições envolvidas em Topologia Geral. Estudamos as Funções Contínuas, essenciais para o projeto, pois a propriedade da continuidade permite caracterizar fenômenos físicos com precisão. E finalmente, A Linguagem Básica da Topologia que foi estudada com uma concentração maior nos conjuntos topológicos.

RESULTADOS OBTIDOS

1) Se $A_1, A_2 \subset IR$ são abertos, então $A_1 \cap A_2$ é aberto.

Demonstração:

Seja $x \in A_1 \cap A_2$. Então $x \in A_1$ e $x \in A_2$. Logo existem intervalos tais que $x \in (a_1, b_1) \subset A_1$ e $x \in (a_2, b_2) \subset A_2$. Seja a o maior dos números a_1, a_2, e b o menor dos números b_1, b_2. Então $x \in (a, b) = (a_1, b_1) \cap (a_2, b_2) \subset A_1 \cap A_2$. Daí, para todo ponto $x \in A_1 \cap A_2$ é interior.

2) Seja $(A_\lambda)_{\lambda \in L}$ uma família arbitrária de conjuntos abertos $A_\lambda \subset IR$. A reunião $A = \cup_{\lambda \in L} (A_\lambda)$ é um conjunto aberto.

Demonstração:

Seja $x \in A = \cup A_\lambda$. Então existe $\lambda \in L$ tal que $x \in A_\lambda$. Como A_λ é aberto, podemos obter um intervalo (a, b) tal que $x \in (a, b) \subset A_\lambda$. Como $A_\lambda \subset A$, temos $x \in (a, b) \subset A$. Logo todo ponto $x \in A$ é interior.

3) Um conjunto $F \subset IR$ é fechado se, e somente se, seu complementar $A = IR - F$ é aberto.

Demonstração:

Sejam F fechado e $a \in A \Rightarrow a \notin F$. Assim, existe alguma vizinhança V tal que $a \in V$ e que não contém pontos de F, ou seja, $V \subset A$. Daí, todo ponto $a \in A$ é interior de A, logo A é aberto. Reciprocamente, se A é aberto e o ponto a é aderente a $F = IR - A$ então toda vizinhança de a contém pontos de F, logo a não é interior a A. Sendo A aberto, temos $a \notin A \Rightarrow a \in F$. Então todo ponto a aderente a F pertence a F, logo F é fechado.

4) Se $F_1, F_2 \subset IR$ são fechados, então $F_1 \cup F_2$ é fechado.

Demonstração:

Os conjuntos $A_1 = IR - F_1$ e $A_2 = IR - F_2$ são abertos, então $A_1 \cap A_2 = IR - (F_1 \cup F_2)$ é aberto. Logo $F_1 \cup F_2$ é fechado.

5) Seja $(F_\lambda)_{\lambda \in L}$ uma família arbitrária de conjuntos fechados $F_\lambda \subset IR$. A intersecção $F = \cap_{\lambda \in L} (F_\lambda)$ é um conjunto fechado.

Demonstração:

Para cada $\lambda \in L$, $A_\lambda = IR - F_\lambda$ é aberto. Seque que $A = \cup_{\lambda \in L} (A_\lambda)$ é aberto. Mas $A = IR - F$. Logo F é fechado.

REFERÊNCIAS

[1] LIMA, E. L. . **Curso de análise** vol.1. 11. ed. Rio de Janeiro: Impa, 2004.

[2] ________. **Curso de análise** vol.2. 6. ed. Rio de Janeiro: Impa, 2000.

[3] _________. **Espaços métricos**. ed. Rio de Janeiro: Impa, 2007.

[4] _________. **Elementos de Topologia Geral**. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1970.